



Stabil eller ostabil? Analys av upprepade mätningar

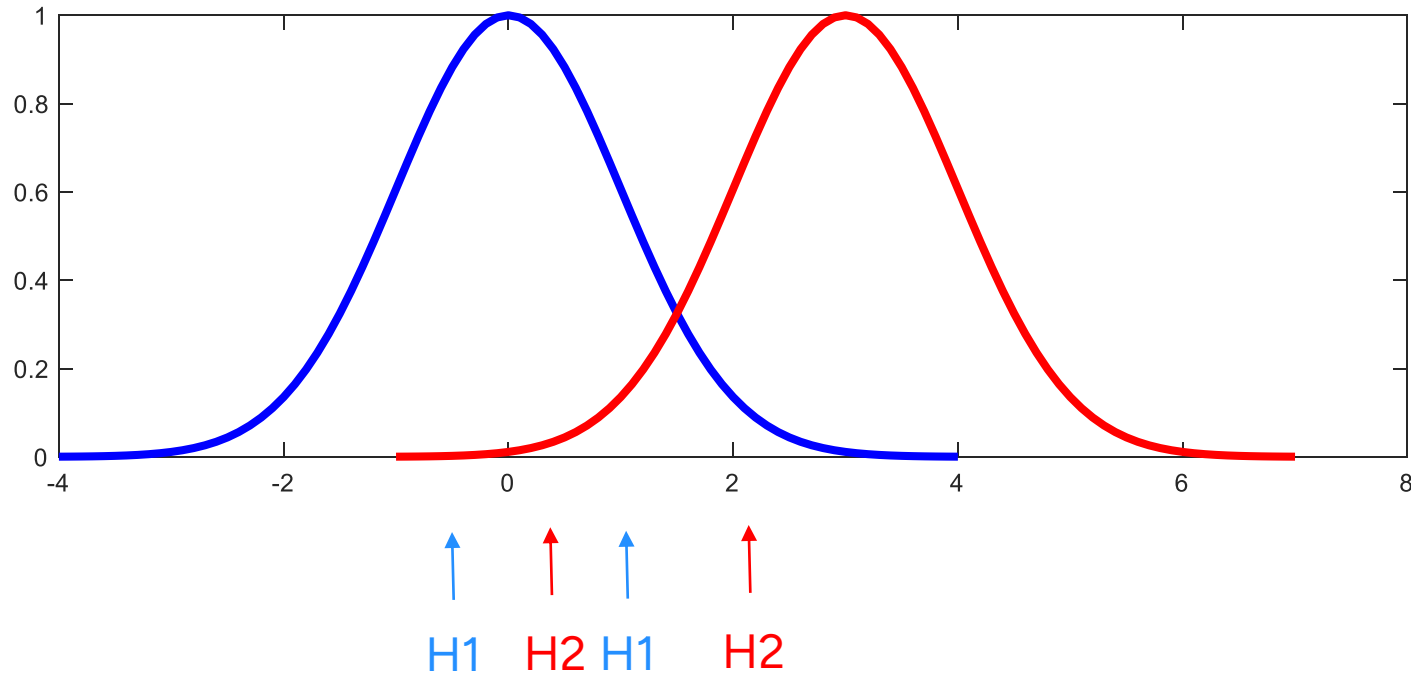
Milan Horemuz, KTH

Bakgrund och syfte

- Deformationsmätningar är ofta förekommande uppgift för geodeter
- Syftet med sådana mätningar är att övervaka och förstå rörelser, deformationer och förändringar i naturliga och byggda objekt
- Resultat av upprepade mätningar (GNSS, totalstation, laserskanning, fotogrammetri...) är tidserie av koordinater, eventuellt längder, vinklar, höjddifferenser...
- Analysen är avgörande för korrekt tolkning av resultatet
- Vi kommer att förklara hur kan man
 - bedöma differens mellan två mätningar,
 - detektera trender
 - detektera periodiska variationer
 - detektera plötsliga ändringar i tidserie av mätningar.

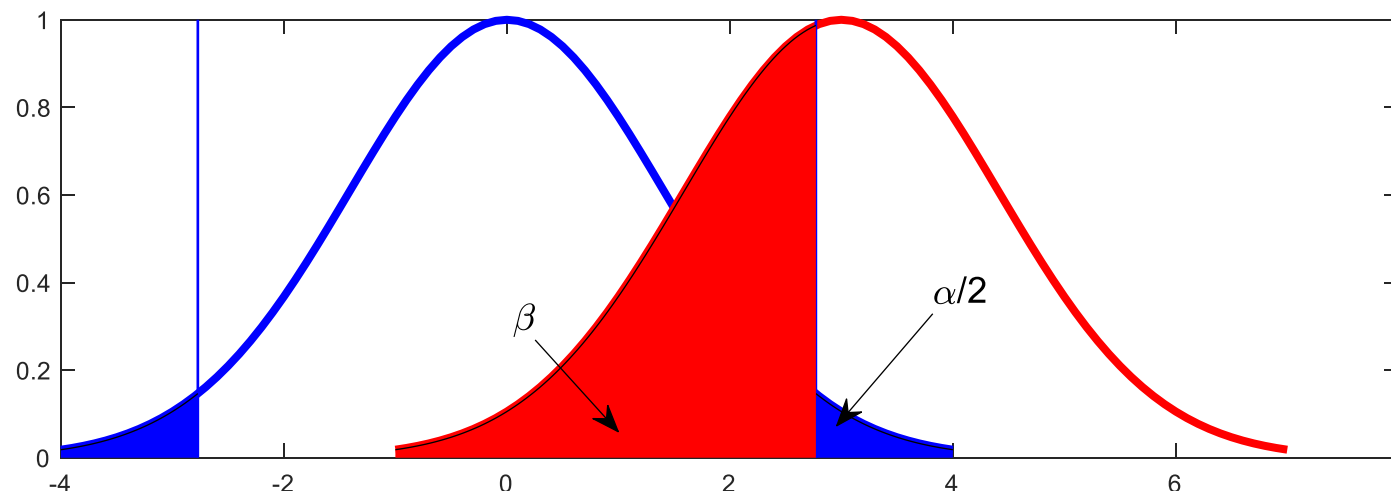
Differens mellan två 1D mätningar

- Exempel: höjdmätning i två epoker, H1 och H2
- Sann differens = 3 mm , $u(H) = 1$ mm
- Hur kan man tolka resultatet H2 minus H1? Har höjden förändrats?
- Upprepade mätningar kan resultera i olika höjddifferenser



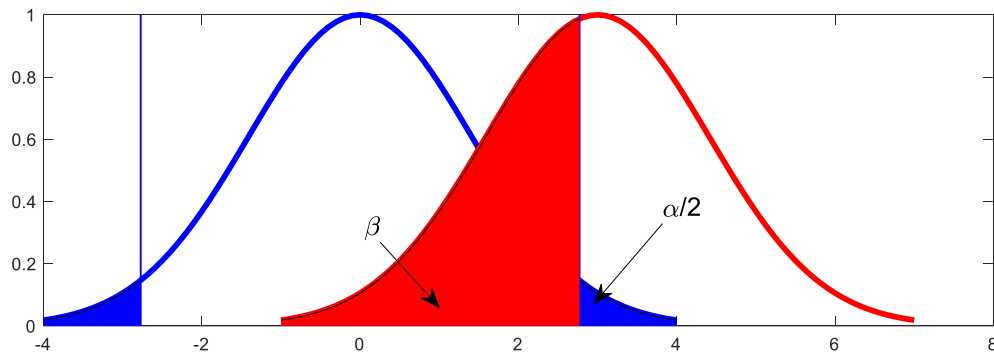
Hypotesprövning $H_1 = H_2$

- Det finns fyra möjligheter för tolkning av mätresultat:
 - 1) Höjden har inte förändrats och vi konstaterar ingen förändring (hypotesen accepteras)
 - 2) Höjden har inte förändrats och vi konstaterar en förändring (Typ 1 fel, falskt positivt, sannolikhet = α = signifikansnivå måste väljas, vanligtvis 5%)
 - 3) Höjden har verkligen förändrats och vi konstaterar en förändring (alternativ hypotes accepteras, $H_1 \neq H_2$)
 - 4) Höjden har verkligen förändrats och vi konstaterar ingen förändring (Typ 2 fel, falskt negativt, sannolikhet = β , $1 - \beta$ = testets styrka, beror på α och på den sanna ändringen)

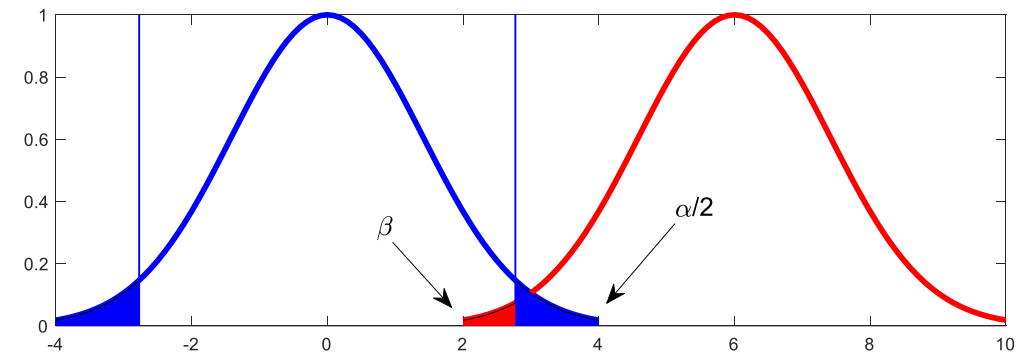


Resultat exempel

- $\text{diff} = H1 - H2 = 3 \text{ mm}$
- $u(\text{diff}) = \text{rot}(2) * 1 = 1.4 \text{ mm}$
- $\text{Tolerans}(\text{diff}) = 2 * 1.4 = 2.8 \text{ mm}, \alpha = 5\%$
- $\text{Diff} > \text{Tolerans}(\text{diff}) \rightarrow H1 \neq H2$
- $\beta = 44\% \rightarrow$ hög sannolikhet för typ II fel



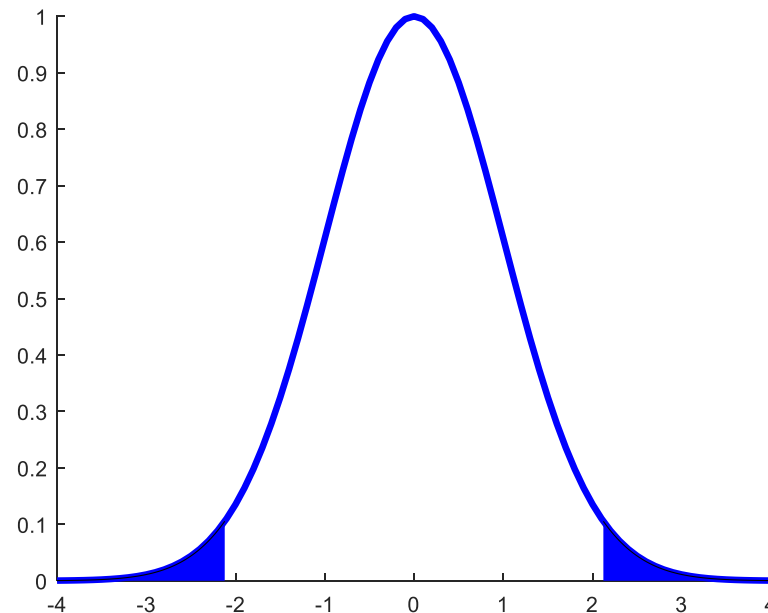
- $\text{diff} = H1 - H2 = 6 \text{ mm}$
- $u(\text{diff}) = \text{rot}(2) * 1 = 1.4 \text{ mm}$
- $\text{Tolerans}(\text{diff}) = 2 * 1.4 = 2.8 \text{ mm}, \alpha = 5\%$
- $\text{Diff} > \text{Tolerans}(\text{diff}) \rightarrow H1 \neq H2$
- $\beta = 1\% \rightarrow$ låg sannolikhet för typ II fel



Statistisk approach

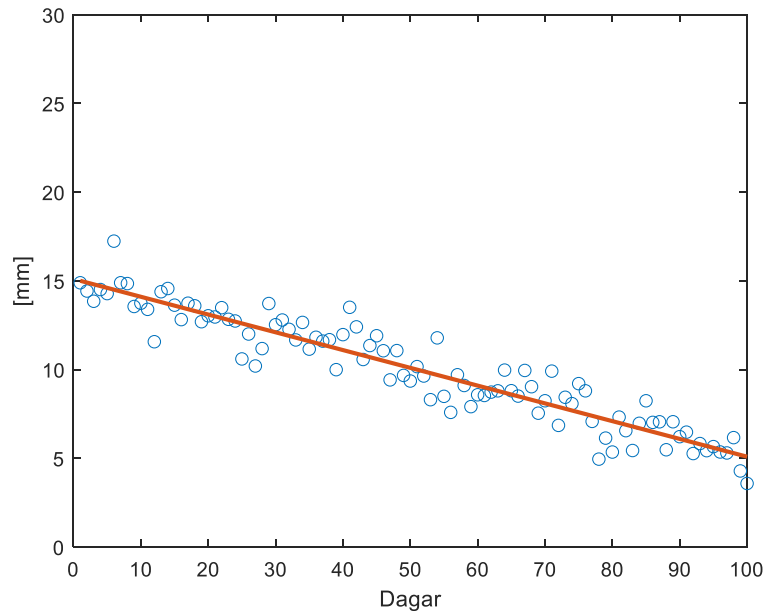
- diff = 3 mm
- t-statistik: $t = \text{diff}/u(\text{diff}) = 3 / 1.4 = 2.08$
- Sannolikhet att $t > 2.08$ eller $t < -2.08$ är 3.8% = p-värde
- Om p-värde $< \alpha \rightarrow H1 \neq H2$

- diff = 6 mm
- t-statistik: $t = \text{diff}/u(\text{diff}) = 6 / 1.4 = 4.29$
- p-värde = 0.0018% $\alpha \rightarrow H1 \neq H2$

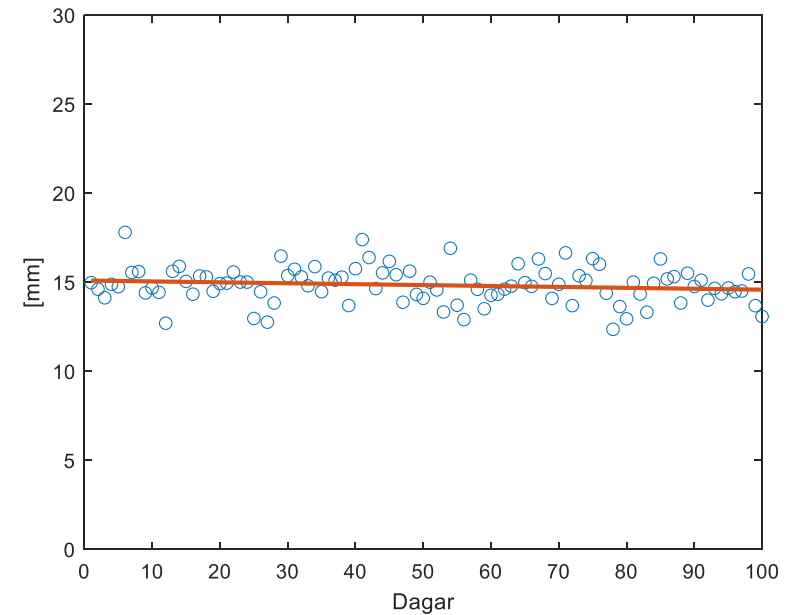


Linjär trend

- Serie av mätningar, t.ex. sättningmätningar i flera epoker
- Trend: vinkel mellan anpassad linje ($y = a \cdot x + b$) och x-axel, kan uttryckas som ändring i y per enhet i x, t.ex. mm/dag
- Parametrar a och b skattas med linjär regression (minsta-kvadrat metoden) $\rightarrow u(a)$
- Hypotesprövning $a = 0$, m.h.a. toleransvärde eller t-statistik



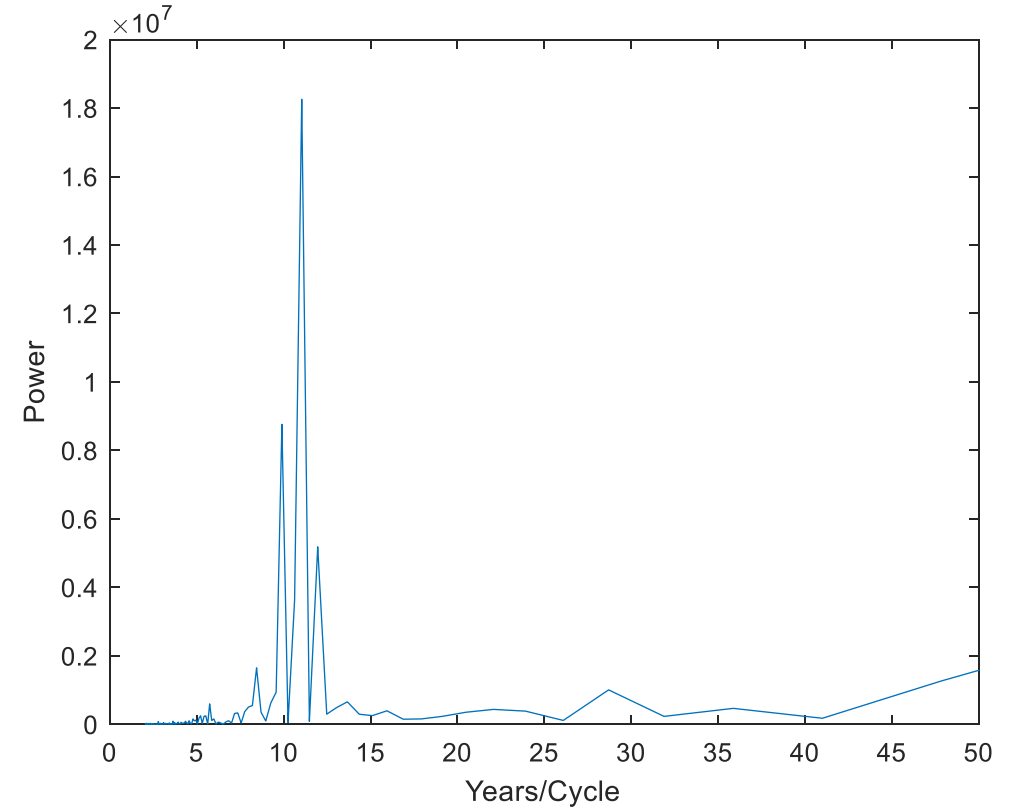
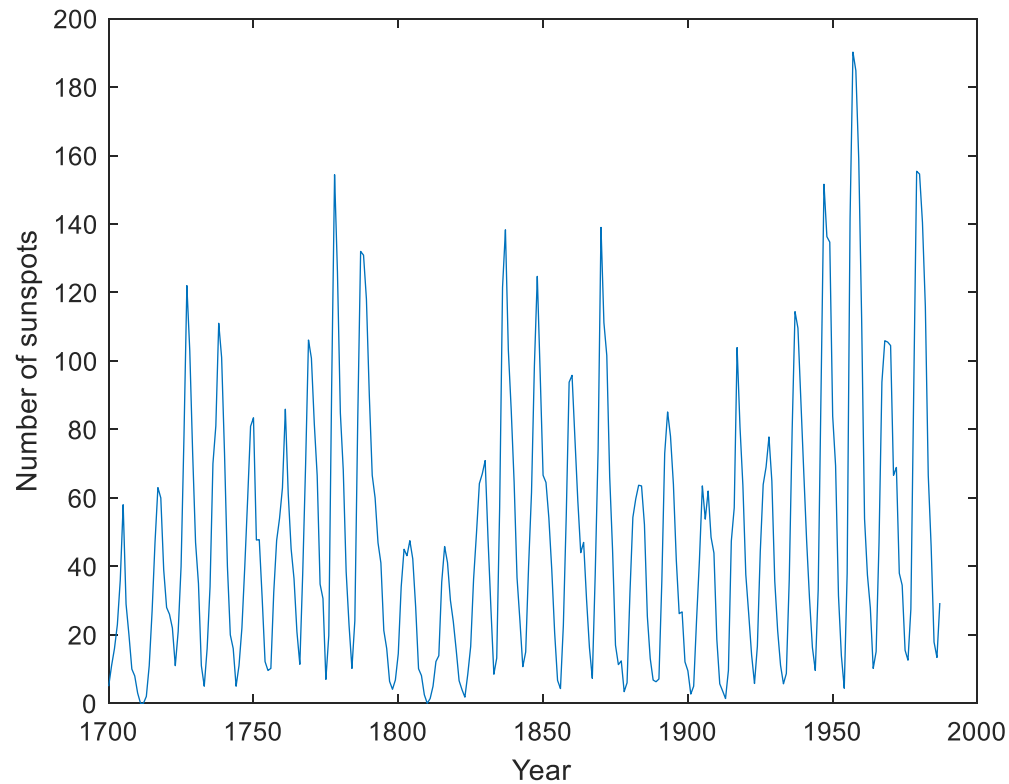
$a = -0.1$ mm/dag, $u(a) = 0.0035$ mm/dag
 p -värde = 10^{-180} % $< 5\%$ (vald signifikansnivå),
Signifikant trend



$a = -0.005$ mm/dag, $u(a) = 0.0035$ mm/dag
 p -värde = 14 % $> 5\%$ (vald signifikansnivå),
Ingen trend

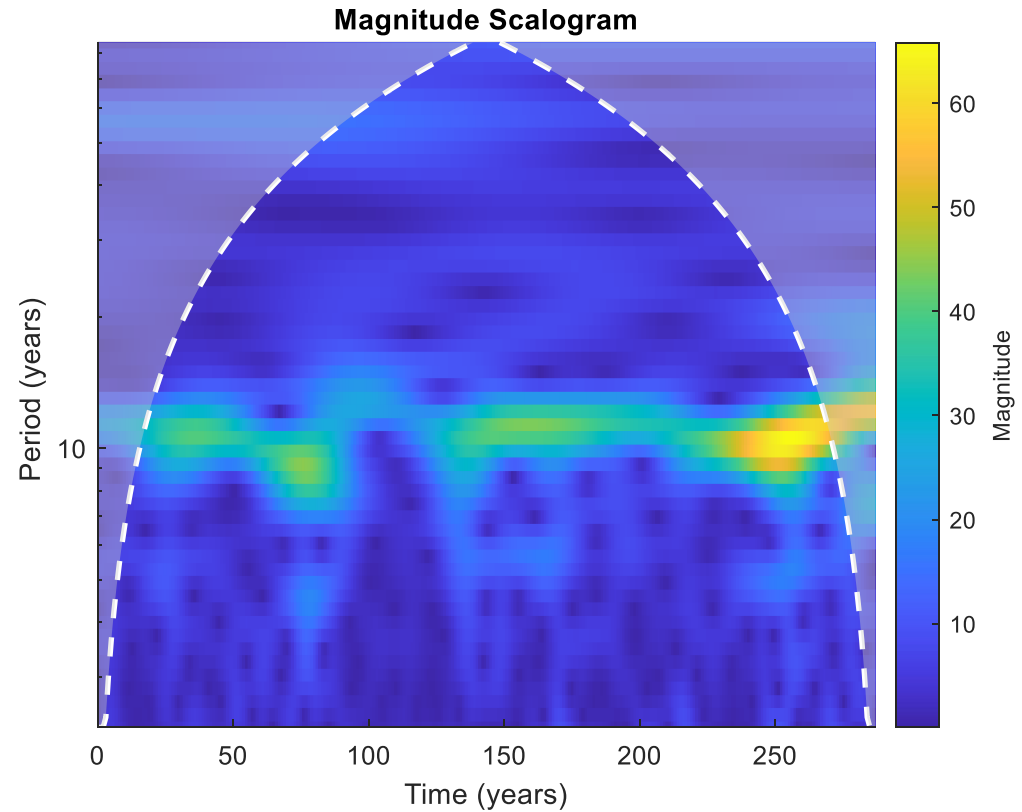
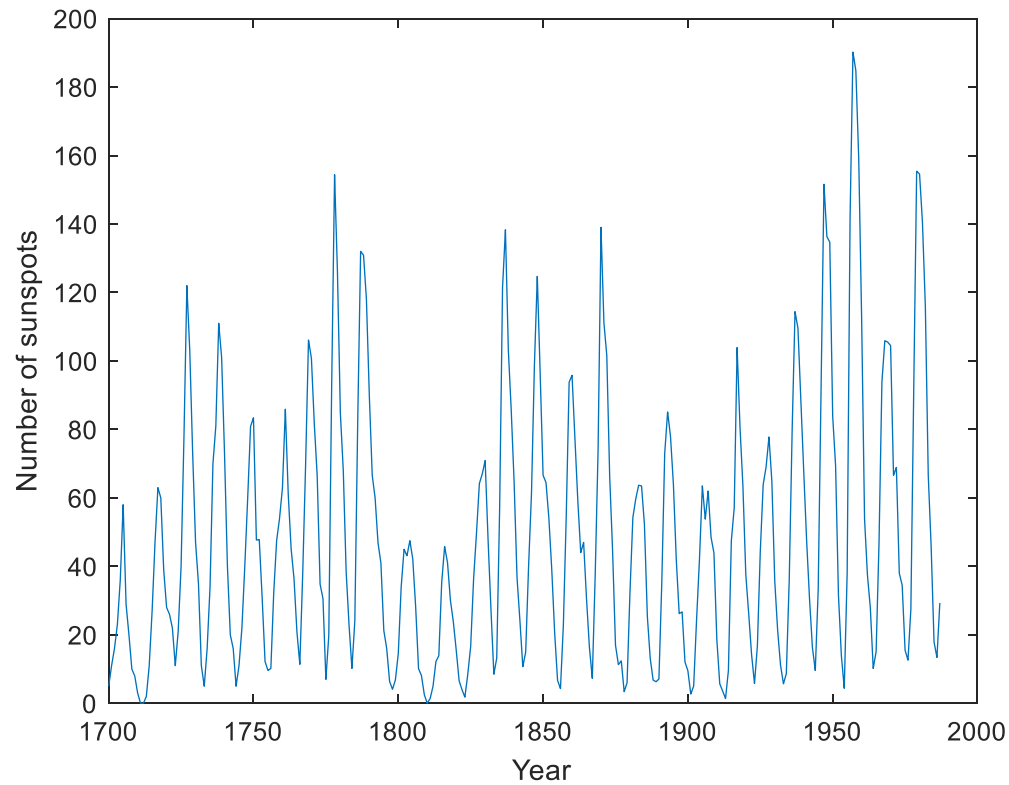
Regelbundna periodiska rörelser

- T.ex. deformationer orsakade av temperatur- eller fuktighetsändringar
- Fourier transform – vilka frekvenser finns i tidserien



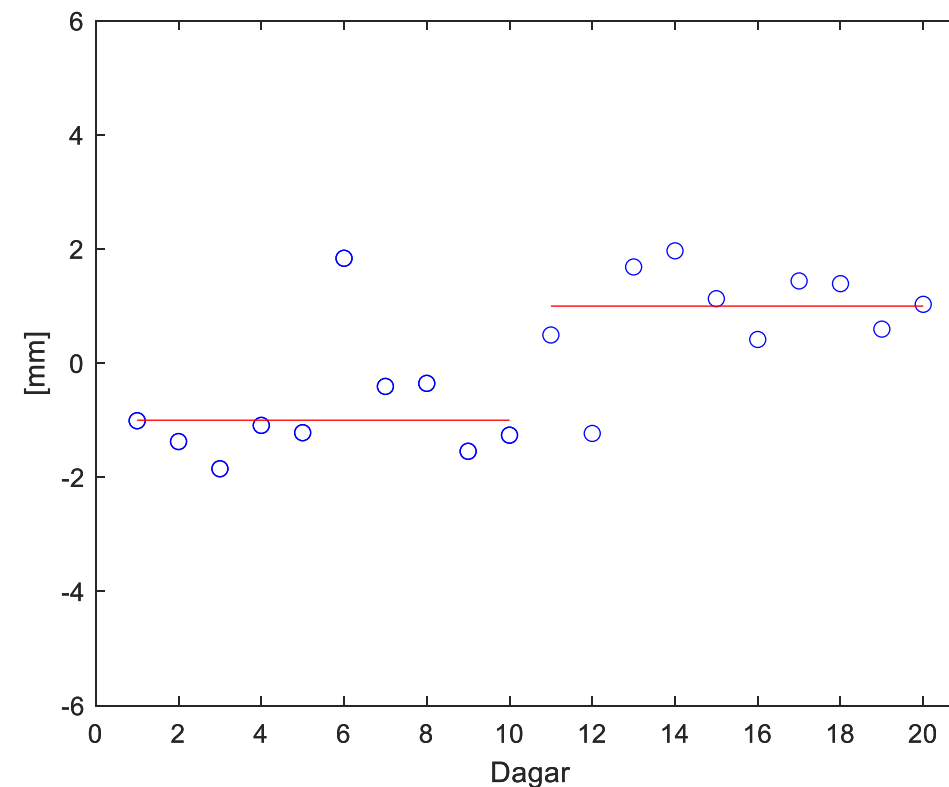
Oregelbundna periodiska rörelser

- Frekvenser varierar med tiden

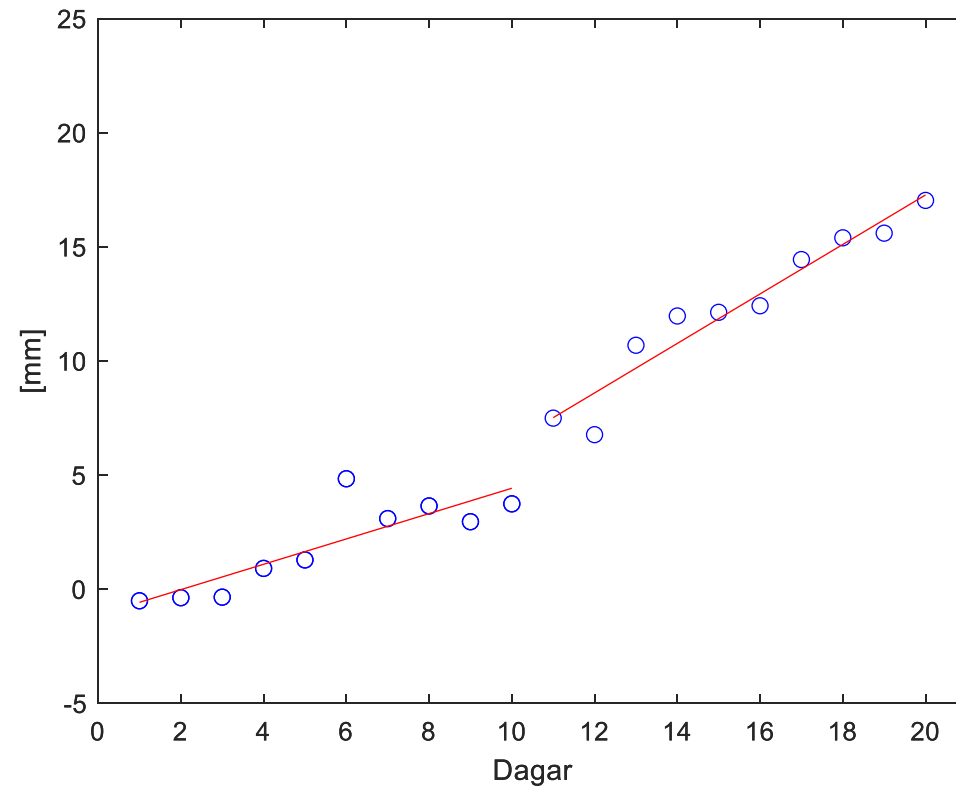


Plötsliga ändringar i tidserier

- Kan förekomma i samband med byggaktiviteter, sprängningar, jordbävningar eller liknande event
- Kan vara svårt att upptäcka visuellt
- Statistiska metoder: detektera en tidpunkt som delar tidserien i två (eller flera) delar med olika medelvärden eller trender



Plötslig ändring i trend



Slutsatser

- Tolkning är lika viktig som mätning
- Statistiska tester funkar bra bara om mätfelen är normalfördelade
- Sunt förnuft + statistiska tester gäller i praktiken

